

APLICAÇÃO DE REDES NEURONAIS COMPUTACIONAIS À MODELAÇÃO DE ESCOAMENTOS MENS AIS

João Filipe SANTOS

Eng. Recursos Hídricos, ESTIG, Joaof.santos@estig.ipbeja.pt

Maria Manuela PORTELA

Eng. Civil, IST, DECivil, SHRHA, mps@civil.ist.utl.pt

Resumo

Apresentam-se os resultados da modelação baseada em redes neuronais computacionais, RNCs, dos escoamentos mensais em quatro bacias hidrográficas portuguesas. Incluiu-se a comparação dos escoamentos mensais assim estimados com os fornecidos por um modelo do tipo conceptual, designadamente, pelo modelo de Temez.

A identificação das variáveis de entrada a considerar nas RNCs baseou-se na análise da dependência temporal, a nível mensal, entre escoamentos e outras variáveis hidrológicas de que se admitiu poderem depender aqueles escoamentos. Foram, assim, adoptadas como variáveis de entrada a precipitação e a evapotranspiração em cada mês objecto de modelação e em meses antecedentes, bem como o escoamento, neste caso, somente em meses antecedentes

O treino das redes neuronais recorreu a uma variante do algoritmo de retro-propagação, conhecida por algoritmo de optimização linear de segunda ordem de Levenberg-Marquardt, e que assegura uma rápida convergência para a solução.

Para apreciar o ajustamento dos modelos utilizaram-se como medidas de ajustamento ou de erro entre escoamentos observados e escoamentos estimados o coeficiente de correlação, a raiz quadrada do desvio quadrático médio e o erro absoluto médio.

Os resultados obtidos tendo por base quatro casos de estudo permitem concluir pela adequação das RNCs à modelação de escoamentos mensais o que deixa antever a possibilidade de aplicação desses modelos à previsão de escoamentos mensais ou de escoamentos em menores intervalos de tempo, para o que fundamentalmente, as variáveis de entrada não poderão incluir valores no intervalo de tempo objecto de previsão de escoamentos.

Palavras-chave: redes neuronais computacionais; modelação de escoamentos mensais.

1- Introdução e objectivo

A modelação de variáveis hidrológicas já se desenvolve à cerca de quatro décadas, altura em que surgem as primeiras contribuições para a análise de séries temporais em hidrologia e recursos hídricos, Ochoa-Rivera *et al.*, 2002. Desde então, têm-se conseguido melhorias, quer no campo teórico, quer nas aplicações desenvolvidas para problemas específicos de recursos hídricos, particularmente no domínio da simulação e da previsão hidrológica.

As redes neuronais computacionais, RNCs, têm sido amplamente aplicadas nesses domínios, mas também na optimização da operação de sistemas de reservatórios, no planeamento e ampliação de novas redes de distribuição de água, na optimização da produção hidroelétrica, na identificação de estratégias de operação de reservatórios em situações de seca ou em sistemas de alerta de cheias, Salas *et al.*, 1985 e Salas e Chung, 2000. Em Portugal Continental, Pulido-Calvo e Portela, 2006, aplicaram redes neuronais à previsão de escoamentos diários em grandes bacias hidrográficas portuguesas, no pressuposto de que apenas escoamentos em dias anteriores estariam disponíveis para a calibração dos modelos.

O estudo que se apresenta teve por objectivo verificar a aplicabilidade das redes neuronais computacionais à modelação de escoamentos à escala mensal, mediante comparação das estimativas a que conduzem com as decorrentes de um modelo de base conceptual, designadamente, do modelo de Temez. O estudo apoiou-se em quatro casos de estudo relativos às estações hidrométricas de Vinhais-Quinta da Ranca (03P/01), de Castro Daire (08J/04), de Cunhas (04J/04) e de Vale Giestoso (03K/01), localizadas na bacia hidrográfica do Douro. Para identificar as variáveis hidrológicas a considerar na modelação de escoamentos mensais e, consequentemente, para conceber a estrutura das RNCs, obtiveram-se e analisaram-se previamente as matrizes de correlação entre as possíveis variáveis intervenientes, concretamente, evapotranspirações potenciais mensais (FAO, Penman-Monteith), precipitações mensais e séries de escoamentos mensais.

2 - Modelação física conceptual versus modelação teórica do sistema

A modelação de escoamentos mensais utiliza essencialmente modelos de dois tipos: os modelos conceptuais ou fisicamente baseados e os modelos teóricos também designados de “caixa negra” (Pulido-Calvo e Portela, 2006).

As redes neuronais computacionais, RNCs, são modelos deste último tipo inspirados na arquitectura neuronal do cérebro humano. Consistem em redes formadas por diferentes camadas ligadas entre si, a que se dá o nome de MLP (*multilayer perceptron*). Estas estruturas permitem o reconhecimento de padrões de ligação entre as variáveis intervenientes num dado sistema a modelar, Rohwer *et al.* in Michie *et al.*, 1994, identificando os “mapeamentos” óptimos entre as “entradas” e as “saídas” desse sistema.

As estruturas mais utilizadas e reconhecidas são as designadas *multilayer feed forward networks* constituídas por redes neuronais que, por assim dizer, são unicamente “alimentadas para a frente”, ou seja, as funções implementadas conduzem a “saídas” que dependam exclusivamente das “entradas”, não existindo estado interno, isto é, não possuindo memória. A Fig. 1 exemplifica a arquitectura de uma rede neuronal com quatro camadas e vários nós ou perceptrões.

Os elementos que constituem as camadas são designados por nós ou perceptrões. Na Fig. 1, existem g , n , m e s nós na camada de entrada ou de *input*, na primeira camada escondida, na segunda camada escondida e na camada de saída ou *output*, respectivamente. Os parâmetros associados às diferentes ligações constituem os pesos, sendo que a informação apenas se transfere de camadas antecedentes para camadas subsequentes.

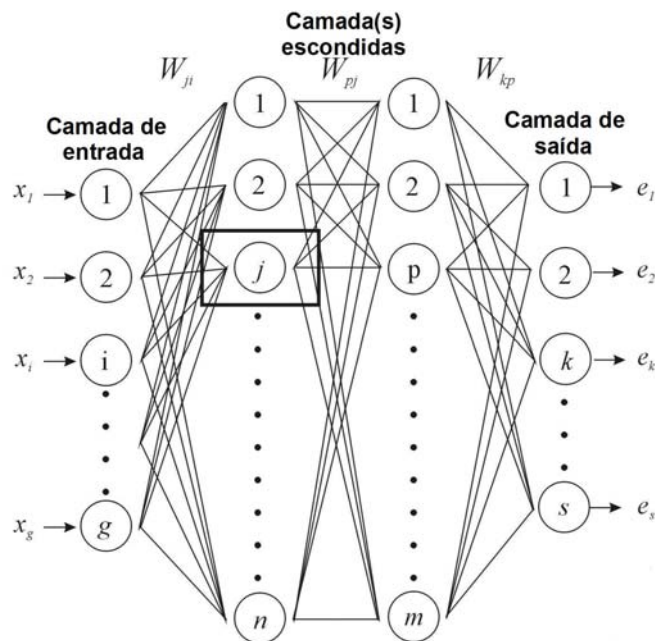


Fig. 1. Rede neuronal alimentada para a frente (*multilayer feed forward network*) com quatro camadas. Variáveis de entrada: x_1, \dots, x_g e variáveis de saída: e_1, \dots, e_s . (adaptada de Pulido-Calvo e Portela, 2006)

A Fig. 2 esquematiza o funcionamento típico de um nó. Cada nó j recebe sinais de entrada a partir de cada nó i da camada antecedente. Associado a um sinal de entrada (x_i) encontra-se um peso (w_{ji}). O sinal de entrada efectivo (I_j) para o nó j é a soma ponderada de todos os sinais de entrada, de acordo com:

$$I_j = \sum_{i=1}^g x_i w_{ji} \quad (1)$$

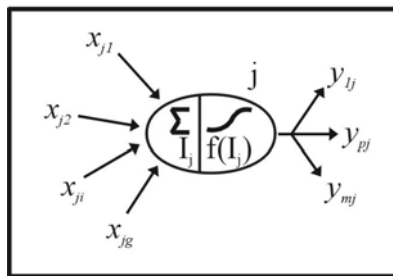


Fig. 2. Nó característico de uma rede neuronal (adaptada de Pulido-Calvo e Portela, 2006)

O sinal de entrada efectivo I_j passa através de uma função de activação, também chamada de função de transferência, de forma a produzir o sinal de saída (y_i) do nó j , sendo estas funções as responsáveis pela relação entre os *inputs* e os *outputs* nos nós, Mishra e Desai, 2006. No estudo que se apresenta foi considerada a função linear ($y_i = I_j$) nas camadas de entrada e de saída, sendo a função de activação entre camadas escondidas a seguinte função hiperbólica não linear:

$$y_i = f(I_j) = \frac{e^{I_j} - e^{-I_j}}{e^{I_j} + e^{-I_j}} \quad (2)$$

onde I_j pode variar no intervalo $(-\infty, \infty)$, e y_i apresenta valores entre -1 e 1. De acordo com o software STATISTICA 7.0 (Statsoft, Inc., 1984-2002), esta função mostrou-se particularmente adequada para as camadas escondidas.

Para a estimativa do conjunto de pesos é levado a cabo um processo correctivo-repetitivo, também designado por fase de aprendizagem ou de treino da rede neuronal, no qual se dá forma às interconexões entre os diferentes perceptrões. A adequação dessas interconexões é efectuada recorrendo a uma técnica de convergência do erro de modo a que se produzam *outputs* tão próximos quanto possível dos valores esperados para esses *outputs*. Na aplicação de redes neurais subjacente ao estudo que se apresenta e ao contrário do efectuado por vários autores (Ochoa-Rivera *et al*, 2002 e 2007; Mishra e Desai, 2006; Jain e Kumar, 2006), não se sujeitaram as variáveis de entrada a qualquer normalização ou standartização com o objectivo de tentar melhorar a eficiência da aprendizagem e o desempenho geral da rede neuronal.

A técnica a que se recorreu foi o algoritmo de Levenberg-Marquardt, que é um algoritmo de optimização não linear de 2ª ordem que permite uma rápida convergência, sendo recomendado por diversos autores (Burney *et al*, 2005; Piotrowski *et al*, 2006). O processo de aprendizagem decorreu considerando que os pesos eram actualizados no final de cada corrida, designada por *epoch*. O número de *epochs* com o menor erro no processo de validação interno permite seleccionar o conjunto de pesos a considerar. Nas aplicações efectuadas consideraram-se 200 *epochs* para apuramento dos pesos em cada uma das redes.

Quanto ao número de camadas escondidas e respectivos nós a considerar, estes foram determinados por tentativa e erro no intuito de proporcionarem o melhor desempenho possível das redes. Com base nos dados de calibração, foram treinadas RNCs com uma a quatro camadas escondidas e com dois a sete nós cada. Os melhores resultados foram obtidos para RNCs com duas camadas escondidas, cada uma constituída por seis nós.

RNCs com a arquitectura assim definida foram treinadas com os dados respeitantes à fase de calibração das variáveis previamente seleccionadas, tendo-se escolhido a melhor rede de entre 30 redes treinadas consecutivamente. As RNCs foram implementadas utilizando o *software* STATISTICA 7.0 (Statsoft, Inc., 1984-2002).

Os resultados das RNCs foram comparados com os fornecidos pelo modelo de Temez, Temez, 1977. Santos, 2008, contém uma descrição relativamente pormenorizada do anterior modelo.

3 - Análise da dependência temporal entre variáveis hidrológicas

Previamente à aplicação das RNCs houve que identificar as variáveis hidrológicas a considerar na constituição daquelas redes, entendendo-se, por tal, as variáveis relativamente às quais os escoamentos mensais exibem dependência temporal com algum significado. Para tanto e em cada bacia hidrográfica, adoptaram-se como possíveis variáveis de que podem depender os escoamentos num dado mês, a precipitação mensal nesse mês e em meses antecedentes, a evapotranspiração potencial mensal de Penman-Montheith ou de referência também nesse mês e em meses antecedentes e o escoamento mensal, neste caso, necessariamente só em meses antecedentes. Regista-se que as séries de precipitação mensal foram avaliadas pelo método de Thiessen e as de evapotranspiração de referência, de acordo com Allen *et al*, 1998.

Foram, assim, obtidas as correlações temporais (Salas *et al*, 1980) entre os escoamentos mensais e as precipitações ou as evapotranspirações no mesmo mês (incremento 0) e em meses antecedentes (incrementos 1 e 2), bem como as autocorrelações (Salas *et al*, 1980) entre escoamentos mensais e escoamentos em meses antecedentes (incrementos 1 a 4). Tais correlações e autocorrelações são apresentadas nos **Quadros 1 e 2**.

Quadro 1. Casos de estudo e períodos de registos. Correlações temporais entre escoamentos mensais (Esc) e evapotranspiração mensais (Ev0) e entre aqueles escoamentos e precipitações mensais (Prec).

Casos de estudo	Períodos	Correlação, r					
		Esc - Ev0			Esc - Prec		
		Incremento 0	Incremento 1	Incremento 2	Incremento 0	Incremento 1	Incremento 2
Vinhais-Quinta da Ranca (03P/01) - Caso 1 -	1956/57 a 1982/83 (27 anos)	-0.508	-0.566	-0.472	0.802	0.546	0.408
Vale Giestoso (03K/01) - Caso 2 -	1957/58 a 1983/84 (27 anos)	-0.479	-0.518	-0.431	0.833	0.510	0.400
Cunhas (04J/04) - Caso 3 -	1949/50 a 1985/86 (37 anos)	-0.553	-0.590	-0.465	0.872	0.524	0.370
Castro Daire (08J/04) - Caso 4 -	1945/46 a 1983/84 (39 anos)	-0.483	-0.545	-0.462	0.851	0.549	0.379

Quadro 2. Casos de estudo e períodos de registos. Autocorrelações entre escoamentos mensais.

Casos de estudo	Períodos	Autocorrelação, r			
		Incremento 1	Incremento 2	Incremento 3	Incremento 4
Vinhais-Quinta da Ranca (03P/01) - Caso 1 -	1956/57 a 1982/83 (27 anos)	0.542	0.337	0.085	-0.159
Vale Giestoso (03K/01) - Caso 2 -	1957/58 a 1983/84 (27 anos)	0.518	0.330	0.080	-0.111
Cunhas (04J/04) - Caso 3 -	1949/50 a 1985/86 (37 anos)	0.531	0.293	0.047	-0.170
Castro Daire (08J/04) - Caso 4 -	1945/46 a 1983/84 (39 anos)	0.526	0.274	0.065	-0.145

Conforme se destaca a negrito no **Quadro 1**, as correlações mais elevadas corresponderam a incrementos temporais de 0 e de 1, ou seja, envolveram séries temporais não desfasadas no tempo ou, quanto muito, com um mês de desfasamento. As dependências temporais mais significativas ocorreram entre escoamentos mensais e precipitações nos mesmos meses daqueles escoamentos (correlação de incremento 0 entre escoamentos e precipitações mensais).

Em termos de autocorrelações, o **Quadro 2** mostra que, quanto muito, terá sentido considerar a dependência entre escoamentos num dado mês e no mês anterior (autocorrelação de incremento 1).

Em resultado da análise precedente, admitiu-se que seriam de incorporar nas rede neuronais as variáveis relativamente às quais os escoamentos mensais exibissem correlações ou autocorrelações que, em valores absolutos, fossem próximas de 0.5. Consideraram-se, assim, como variáveis de entrada das RCNs as precipitações no próprio mês e no mês anterior, as evapotranspirações também no próprio mês e no mês anterior e os escoamentos no mês anterior, num total de seis variáveis de entrada.

4 - Casos de estudo e desempenho dos modelos

As RNCs e o modelo de Temez foram aplicados aos quatro casos de estudo esquematicamente localizados e caracterizados na **Fig. 3** e no **Quadro 3**, referentes às estações hidrométricas de Vinhais-Quinta da Ranca (03P/01) ou Caso 1, de Vale Giestoso (03K/01) ou Caso 2, de Cunhas (04J/04) ou Caso 3 e de Castro Daire (08J/04) ou Caso 4. As anteriores estações foram seleccionadas basicamente por disporem de períodos de registos com alguma dimensão e por terem sido objecto de estudos antecedentes (SANTOS, 2008), dos quais se retiraram, aliás, os escoamentos mensais estimados pelo modelo de Temez.

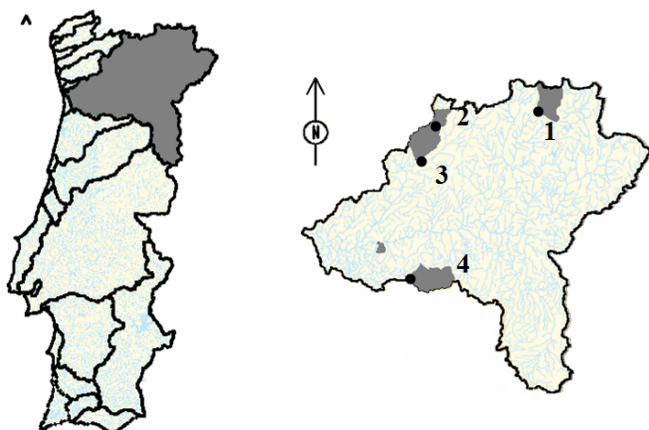


Fig. 3. Localização esquemática dos quatro casos de estudo no contexto nacional e da bacia hidrográfica do rio Douro (sem escala).

Quadro 3. Casos de estudo. Características gerais.

Designação	Estação hidrométrica		Bacia hidrográfica principal (-)	Curso de água (-)	Área da bacia hidrográfica (km ²)
	M (m)	P (m)			
Vinhais-Quinta da Ranca (03P/01) - Caso 1 -	294575	538511	Douro	Rio Tuela	455
Vale Giestoso (03K/01) - Caso 2 -	235234	526829	Douro	Rio Beça	78
Cunhas (04J/04) - Caso 3 -	223552	506769	Douro	Rio Beça	337
Castro Daire (08J/04) - Caso 4 -	216985	435790	Douro	Rio Paiva	288

Os períodos de calibração e de validação, quer do modelo de Temez, quer das RNCs são indicados no **Quadro 4**, onde também se apresentam as respectivas médias dos escoamentos mensais observados. Em cada caso de estudo, o primeiro dos anteriores períodos foi utilizado para calibrar os parâmetros/estimar os pesos do modelo e, o outro período, para validar o modelo com os parâmetros/pesos anteriormente calibrados. Os períodos de calibração corresponderam à utilização de sensivelmente dois terços dos dados mensais disponíveis.

Para apreciar o ajustamento dos modelos utilizaram-se como medidas de ajustamento ou de erro e para além do coeficiente de correlação, r , entre escoamentos observados, Q , e estimados, \hat{Q} , a raiz quadrada do desvio quadrático médio, RMSE (*square root of mean square error*), e o erro absoluto médio, MAE (*mean absolute error*), avaliados por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Q_t - \hat{Q}_t)^2}{N}} \quad MAE = \frac{\sum_{i=1}^N |Q_t - \hat{Q}_t|}{N} \quad (3)$$

em que N representa o número de valores de Q ou, de modo equivalente, de \hat{Q} . As anteriores medidas foram obtidas de modo separado para os períodos de calibração e de validação e para o conjunto desses períodos.

Os resultados obtidos para os sucessivos casos de estudo são apresentados no **Quadro 5** e na Fig. 4.

Quadro 4. Casos de estudo. Períodos com registos ou global, de calibração e de validação.
Escoamentos mensais médios.

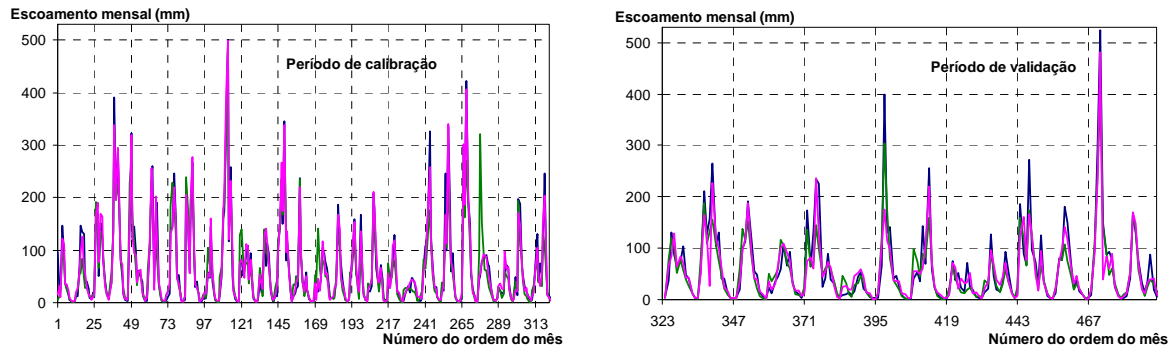
		Escoamentos mensais observados		
		Período	Períodos (anos)	Média (mm)
Vinhais-Quinta da Ranca - Caso 1 -	Global		1956/57 a 1996/97 (41)	64.95
	Calibração		1956/57 a 1982/83 (27)	66.97
	Validação		1983/84 a 1996/97 (14)	61.06
Vale Giestoso - Caso 2 -	Global		1957/58 a 1996/97 (40)	59.23
	Calibração		1957/58 a 1983/84 (27)	65.13
	Validação		1984/85 a 1996/97 (13)	46.99
Cunhas - Caso 3 -	Global		1949/50 a 2003/04 (55)	70.76
	Calibração		1949/50 a 1985/86 (37)	75.62
	Validação		1986/87 a 2003/04 (18)	60.77
Castro Daire - Caso 4 -	Global		1945/46 a 2003/04 (59)	61.85
	Calibração		1945/56 a 1983/84 (39)	62.04
	Validação		1984/85 a 2003/04 (20)	61.47

Quadro 5. Casos de estudo. Parâmetros ou tipo de modelo.
Escoamentos mensais médios simulados. Medidas de erro.

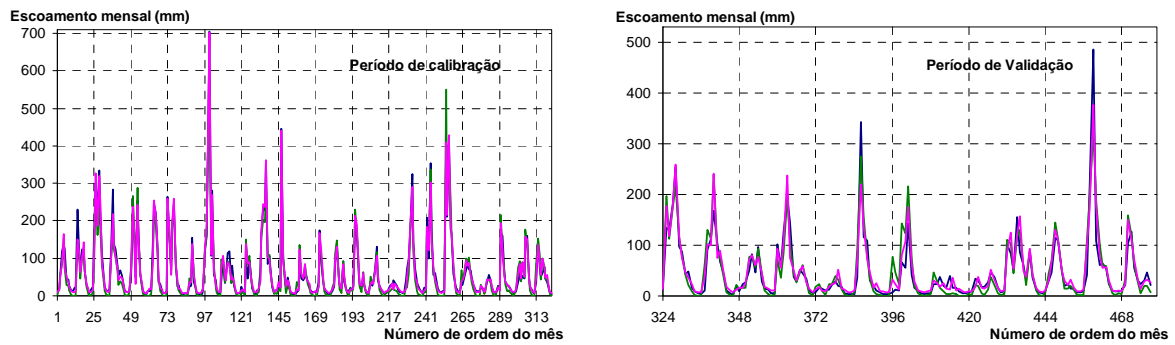
Vinhais-Quinta da Ranca - Caso 1						Vale Giestoso - Caso 2					
Modelo	Período	Escoamento mensal médio simulado (mm)	Medidas de ajustamento			Modelo	Período	Escoamento mensal médio simulado (mm)	Medidas de ajustamento		
			r (-)	RMSE (mm)	MAE (mm)				r (-)	RMSE (mm)	MAE (mm)
Modelo de Temez: C= 0.58 Hmax= 27 mm Imax= 500 mm a = 0.04	Período: 1956/57 a 1996/97	59.63	0.91	33.12	19.13	Modelo de Temez: C= 0.37 Hmax= 138 mm Imax= 417 mm a = 0.05	Período: 1957/58 a 1996/97	55.14	0.94	26.83	16.69
	Período: 1956/57 a 1982/83 (calibração)	62.67	0.91	34.07	19.29		Período: 1957/58 a 1983/84 (calibração)	58.58	0.95	26.82	16.98
	Período: 1983/84 a 1996/97 (validação)	53.75	0.93	31.21	18.81		Período: 1984/85 a 1996/97 (validação)	48.01	0.91	26.85	16.11
Rede Neuronal: MLP 5:5-6-6-1:1	Período: 1956/57 a 1996/97	63.26	0.95	24.03	13.55	Rede Neuronal: MLP 5:5-6-6-1:1	Período: 1957/58 a 1996/97	60.37	0.98	17.90	10.55
	Período: 1956/57 a 1982/83 (calibração)	67.23	0.98	17.72	11.13		Período: 1957/58 a 1983/84 (calibração)	65.30	0.99	15.00	9.44
	Período: 1983/84 a 1996/97 (validação)	55.65	0.91	32.90	18.17		Período: 1984/85 a 1996/97 (validação)	50.18	0.93	22.78	12.85

Cunhas - Caso 3						Castro Daire - Caso 4					
Modelo	Período	Escoamento mensal médio simulado (mm)	Medidas de ajustamento			Modelo	Período	Escoamento mensal médio simulado (mm)	Medidas de ajustamento		
			r (-)	RMSE (mm)	MAE (mm)				r (-)	RMSE (mm)	MAE (mm)
Modelo de Temez: C= 0.034 Hmax= 222 mm Imax= 420 mm a = 0.017	Período: 1949/50 a 2003/04	88.61	0.93	42.54	27.52	Modelo de Temez: C= 0.034 Hmax= 222 mm Imax= 420 mm a = 0.017	Período: 1945/46 a 2003/04	72.82	0.95	33.86	18.69
	Período: 1949/50 a 1985/86 (calibração)	91.32	0.94	38.74	25.99		Período: 1945/56 a 1983/84 (calibração)	65.58	0.97	20.26	12.93
	Período: 1986/87 a 2003/04 (validação)	83.05	0.92	49.45	30.67		Período: 1984/85 a 2003/04 (validação)	86.94	0.93	50.82	29.94
Rede Neuronal: MLP 5:5-6-6-1:1	Período: 1949/50 a 2003/04	71.22	0.97	21.18	13.08	Rede Neuronal: MLP 5:5-6-6-1:1	Período: 1945/46 a 2003/04	64.40	0.96	24.46	12.34
	Período: 1949/50 a 1985/86 (calibração)	74.92	0.98	16.66	10.67		Período: 1945/56 a 1983/84 (calibração)	62.07	0.99	13.18	8.20
	Período: 1986/87 a 2003/04 (validação)	63.61	0.95	28.28	18.03		Período: 1984/85 a 2003/04 (validação)	68.95	0.91	37.76	20.41

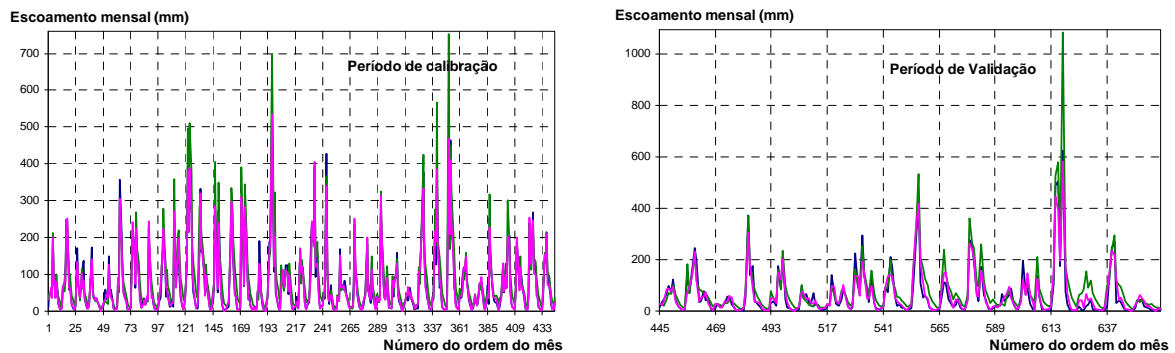
Caso 1 – Vinhais – Quinta da Ranca



Caso 2 – Vale Giestoso



Caso 3 – Cunhas



Caso 4 – Castro Daire

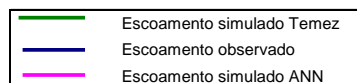
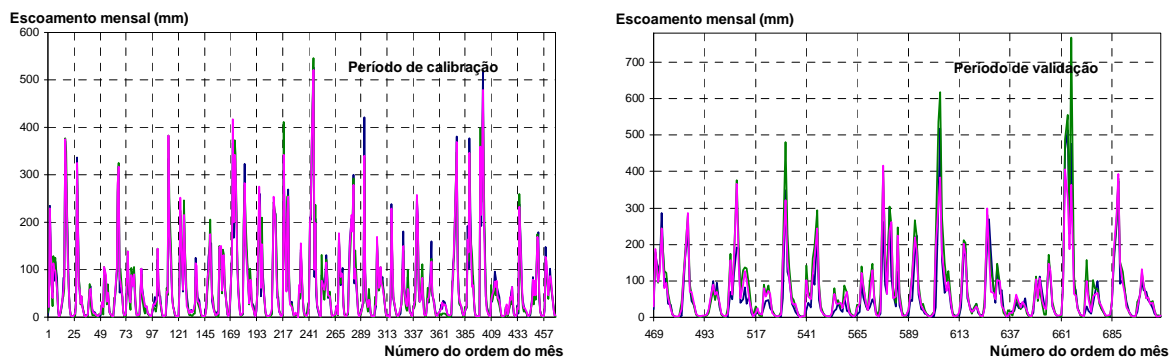


Fig. 4. Escoamentos mensais observados e simulados.

Para cada caso de estudo, o **Quadro 5** contém os valores dos parâmetros do modelo de Temez assim como as características da rede neuronal, por meio da indicação das iniciais do tipo de rede neuronal (*Multilayer Perceptron*, MLP) seguidas dos números de perceptrões existentes em cada camada da rede (5: 5-6-6-1: 1 para designar uma rede neuronal com uma camada de entrada constituída por 5 perceptrões ou variáveis de entrada, duas camadas escondidas com 6 perceptrões cada e uma camada de saída contendo um único perceptrão ou variável de saída). Apresentam-se no mesmo quadro os valores dos escoamentos mensais médios simulados e das medidas de erro dos modelos para os períodos global, de calibração e de validação. A **Fig. 4** contém a representação esquemática das séries de escoamentos mensais observados e simulados pelos dois modelos em apreço (Temez e RNCs).

4 – Conclusões. Desenvolvimentos subsequentes

Tanto o **Quadro 5**, como a **Fig. 4** evidenciam os bons ajustamentos alcançados para a generalidade dos casos de estudo entre escoamentos observados e simulados pelos dois modelos aplicados. É possível reconhecer, contudo, o melhor ajustamento das RNCs, especialmente na fase de calibração, como decorre dos mais elevados valores do coeficiente de correlação e dos mais baixos valores de RMSE e de MAE.

Confirmada a capacidade de as RNCs modelarem o escoamento mensal, pretende-se dar início a uma fase subsequente de estudo, relativa à aplicação dessas redes à previsão de escoamentos mensais ou de escoamentos em menores intervalos de tempo, para o que fundamentalmente, as variáveis de entrada não poderão incluir valores no intervalo de tempo objecto da previsão.

Referências

- Allen R.G, Pereira L.S, Raes D., Smith M., 1998. *Fao Irrigation and Drainage Paper nº 56 Crop Evapotranspiration*. Food and Agriculture Organization of the United Nations, Rome.
- Burney S. M. A., Jilani T. A., Ardil C., 2005. "A Comparison of First and Second Order Training Algorithms for Artificial Neural Networks". *Proceedings of world academy of science, Engineering and Technology volume 1*, Waset Organization.
- Calvo, I. P., Portela M. M., 2006. "Application of neural approaches to one-step daily flow forecasting in large Portuguese watersheds." *Journal of Hydrology*.
- Jain A., Kumar A. M., 2006. "Hybrid neural network models for hydrologic time series forecasting". *Applied Soft Computing* 7, Elsevier pg. 585 – 592.
- Michie D., Spiegelhalter D.J., Taylor C.C., 1994. *Machine Learning, Neural and Statistical Classification*. Project StatLog, Department of Statistics, University of Leeds, UK.
- Mishra A. K., Desai V. R., 2006. "Drought forecasting using feed-forward recursive neural network". *Ecological Modelling* 138, Elsevier pg. 127 – 138.
- Piotrowski A., Napiorkowski J. J., Rowinski P. M., 2006. "Flash-flood forecasting by means of neural networks and nearest neighbour approach – a comparative study". *Institute of Geophysics, Polish Academy of Sciences, Journal of Nonlinear Processes in Geophysics* 13, pg. 443–448.
- Ochoa-Rivera J. C., García-Bartual R., and Andreu, J., 2002. "Multivariate synthetic streamflow generation using a hybrid model based on artificial neural networks". *Journal of Hydrology and Earth System Sciences*, volume 6, pg. 641 – 654.
- Ochoa-Rivera J. C., García-Bartual R., and Andreu, J., 2007. "Influence of Inflows Modeling on Management Simulation of Water Resources System". *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, Vol. 133.
- Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V. and Lane, W. L., 1980. *Applied modeling of hydrologic time series*. Water Resources Publications. Littleton, Colorado.
- Salas J.D., Chung C.H., 2000. "Drought occurrence probabilities and risks of dependent hydrological processes". *Journal of Hydrology*. ASCE 5(3), pg. 259–268.

Salas, J.D., Tabios III, G.Q. and Bartolini, P.,1985. "Approaches to multivariate modelling of water resources time series". Water Resources Bulletin, 21, pg. 683–708.

Santos J. F., 2008. "Alterações em séries de variáveis hidro-climatológicas: seus efeitos nos volumes de água a fornecer para rega e na fiabilidade do fornecimento desses volumes a partir de albufeiras". Tese de mestrado para obtenção do grau de mestre em Hidráulica e Recursos Hídricos, IST, Lisboa, Portugal.

Temez J. R., 1977. "Modelo matemático de transformación precipitación – aportación". Asinel.

